Mathématiques aux élèves www.devoir.tn	Test N°3 (Complexes et Fonctions exponentielles)		
Mr :Chortani Atef	Samedi 07-05-2011	2heures	4 ème inf2

Exercice 1

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique : 2 cm.

1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2+2\sqrt{2}z+6=0$.
On appelle z_B la solution de cette équation dont la partie imaginaire est positive.

2) On désigne par A le point d'affixe $z_A=2+i\sqrt{2}$.
Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives z_A et z_B.

3)Montrer que les points A et B appartiennent au cercle X de centre O et de rayon $\sqrt{6}$.

4)Soient I, J et K les points d'affixes respectives z_I, z_J et z_K telles que :
$z_I=2i$; $z_J=-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$ et $z_K=-z_J$

a) Donner la forme algébrique de z_k .

b) Placer les points I, J et K dans le plan complexe.

c)Quelle est la nature du triangle IJK ? Justifier.

d)Donner le rayon du cercle X ' circonscrit au triangle IJK.

Exercice 2

I)Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=1-2x+e^{2x}$.

1) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, déterminer $g'(x)$.

2) En déduire les variations de g sur $\mathbb{R}$ (on ne demande pas les limites de g aux bornes de son ensemble de définition).

3)En déduire pour tout $x\in\mathbb{R}$, g(x)≥2.

II)On considère maintenant la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+2+xe^{-2x}$

On appelle X sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ d'unité graphiques <u>2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée</u>.

1)Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2)Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

3)a) Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{e^{2x}}$

b) En déduire le tableau de variations de f .

4)a)Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution α

b) Vérifier que $-0,6<\alpha<-0,5$

c)En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$

5) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on précisera.

6)a)Démontrer que la droite Δ d'équation: y = x + 2 est asymptote à X en +∞ .

b) Etudier la position relative de X et Δ .

7) Tracer X et Δ .

III) Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+2x-\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{2}\right)e^{-2x}$

1) Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2) Soit l'aire A en cm² de la partie du plan délimitée par X, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1. Déterminer la valeur exacte de A.